



# Triangles : milieux et parallèles

(Le théorème des  
milieux)



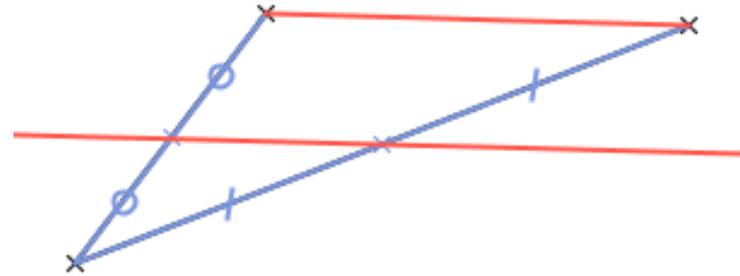
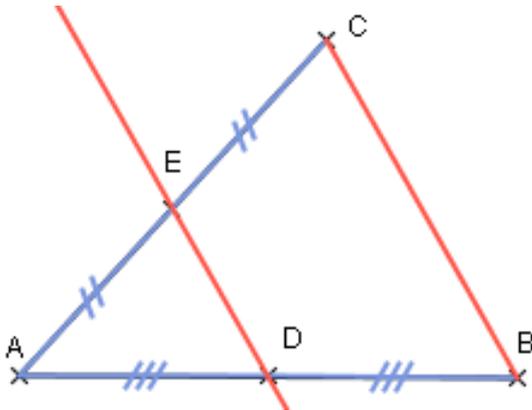
**Que faut-il savoir ?**



# Le théorème des milieux

Énoncé : ABC est un triangle quelconque,  
D est le milieu du segment [AB]  
et E est le milieu du segment [AC].

Question : Que peut-on dire des droites (DE) et (BC) ?



**Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !**

**Résultat :**

On admettra que la droite (DE) est parallèle à la droite (BC).

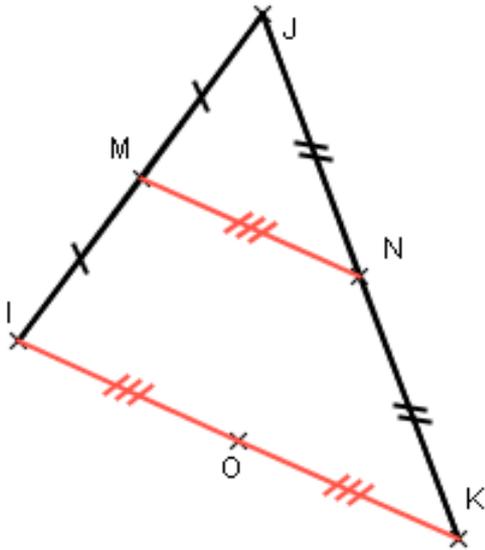
**De manière générale : Dans un triangle,**  
**si une droite passe par les milieux de deux côtés**  
**alors cette droite est parallèle au troisième côté.**



# Le théorème des milieux

Énoncé : IJK est un triangle quelconque,  
M est le milieu du segment [IJ],  
N est le milieu du segment [JK]  
et O est le milieu du segment [IK].

Question : Que peut-on dire des distances MN, IO et OK ?



## Résultat :

On admettra que les distances MN, IO et OK sont égales.

On peut écrire :  $MN = IO = OK = IK \div 2$

## De manière générale :

*Dans un triangle,*

*si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés du triangle*

*alors il mesure la moitié du troisième côté.*

**Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !**



# La réciproque du théorème des milieux

Énoncé : EDF est un triangle quelconque,  
T est le milieu du segment [ED],  
la droite passant par T parallèlement à la droite (EF) coupe le  
segment [DF] en U.

Question : Que peut-on dire du point U ?

## Résultat :

On admettra que le point U est le milieu du  
segment [DF].

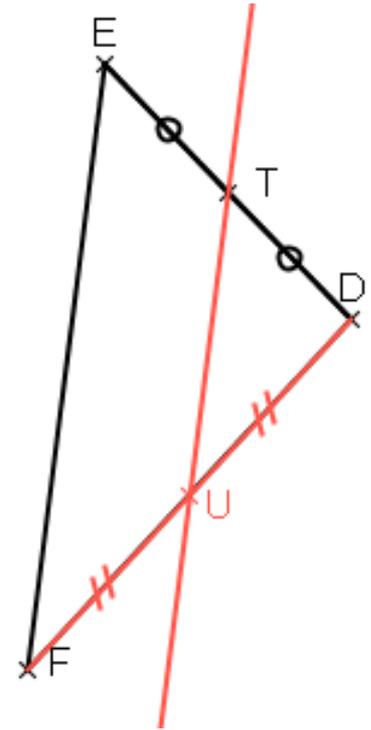
On peut écrire :  $FU = UD = FD \div 2$

## De manière générale :

*Dans un triangle,*

*Si une droite passe par le milieu d'un côté  
parallèlement à un deuxième côté*

*alors cette droite coupe le troisième côté  
en son milieu.*



Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !



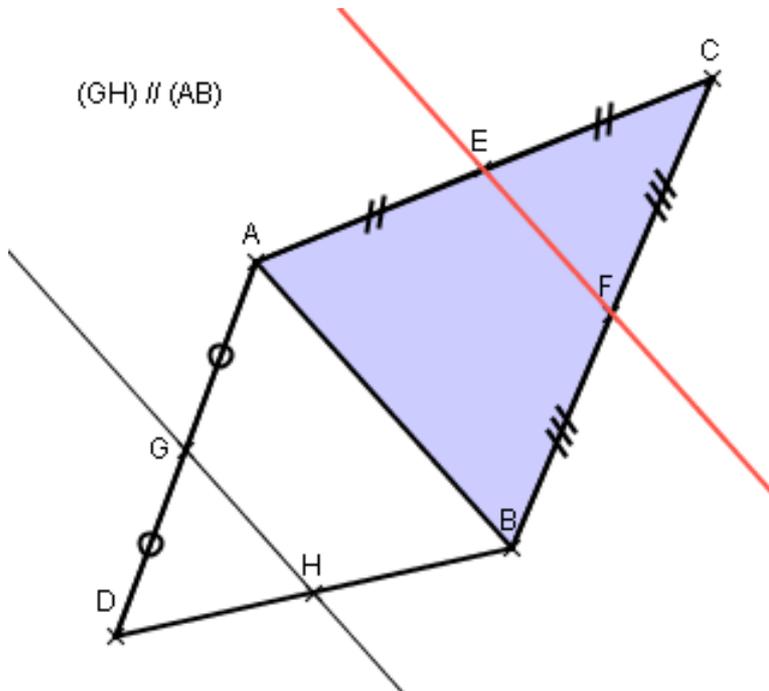
**Entraînons-nous !**



# Ex 1 : Énoncé à compléter

## Exercice n°1

Complétez l'énoncé suivant en vous aidant de la figure à main levée :



Dans le triangle ABC ,  
 le point E ..... et  
 le point F .....

*Dans un triangle,  
 si une droite passe par les milieux de  
 deux côtés  
 alors cette droite est parallèle au  
 troisième côté.*

Donc la droite (EF) .....

Aide n°1 : Utiliser le codage de la figure.

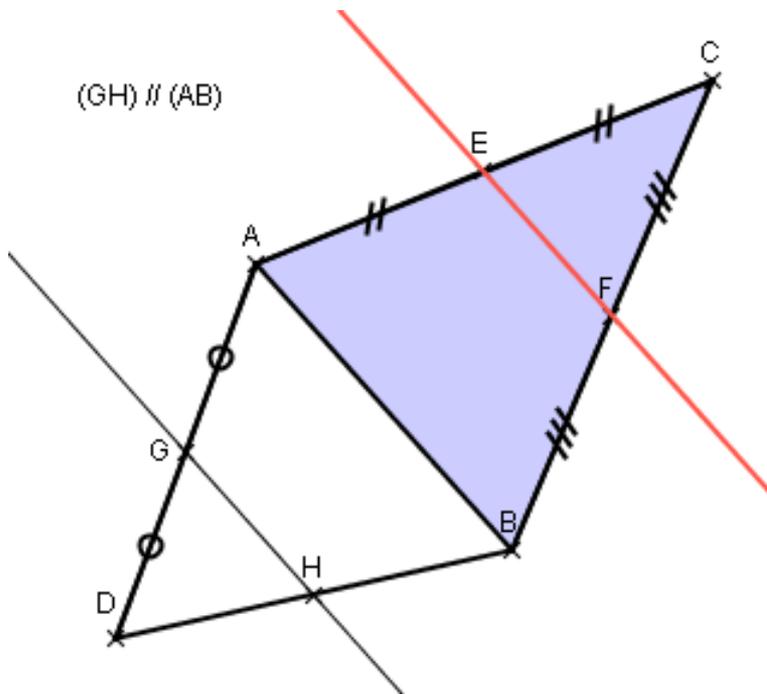
Aide n°2 : Que veut-on démontrer ?



# Ex 1 : Énoncé à compléter

## Exercice n°1

**CORRECTION :**



Dans le triangle ABC ,

le point E **est le milieu du segment [AC]** et  
le point F **est le milieu du segment [BC]** .

*Dans un triangle,  
si une droite passe par les milieux de  
deux côtés  
alors cette droite est parallèle au  
troisième côté.*

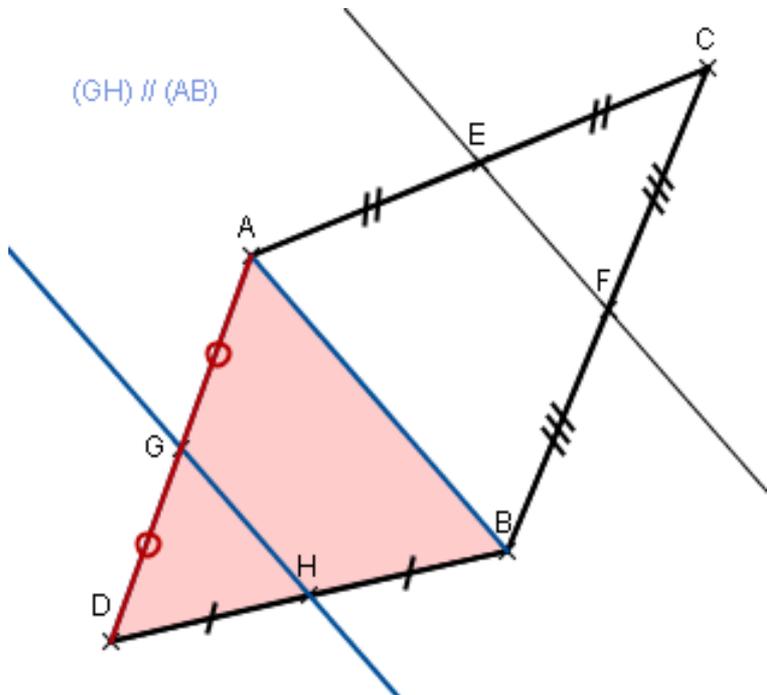
Donc la droite (EF) **est parallèle à la droite (AB)** .



# Ex 2 : Énoncé à compléter

## Exercice n°2

Complétez l'énoncé suivant en vous aidant de la figure à main levée :



Dans le triangle ABD ,  
 le point G ..... et  
 la droite (GH) .....

*Dans un triangle,  
 si une droite passe par le milieu d'un côté  
 parallèlement à un deuxième côté  
 alors cette droite coupe le troisième côté  
 en son milieu.*

Donc le point H .....  
 .....

Aide n°1 : Utiliser les données.

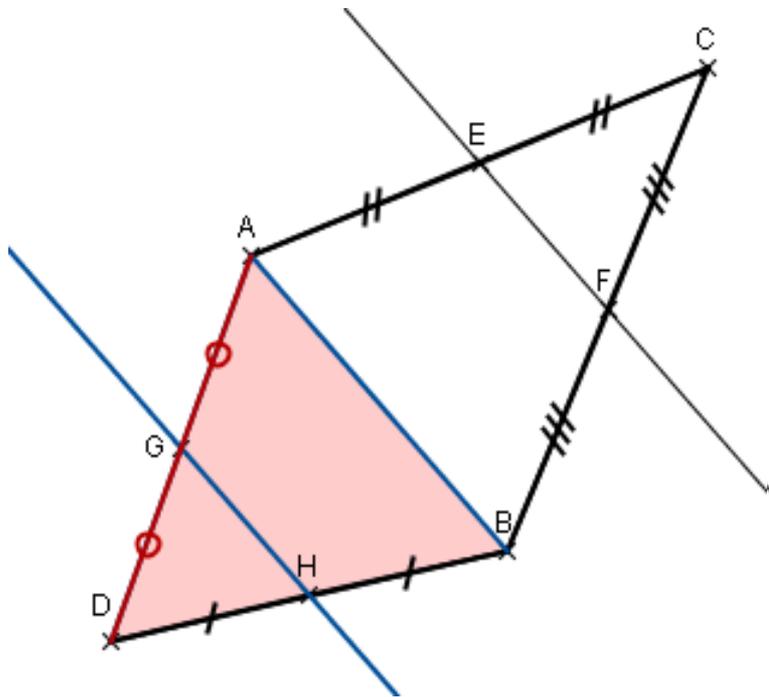
Aide n°2 : Que veut-on démontrer ?



# Ex 2 : Énoncé à compléter

## Exercice n°2

**CORRECTION :**



Dans le triangle ABD ,  
le point G **est le milieu du segment [AD]** et  
la droite (GH) **est parallèle à (AB)** .

*Dans un triangle,  
si une droite passe par le milieu d'un côté  
parallèlement à un deuxième côté  
alors cette droite coupe le troisième côté  
en son milieu.*

Donc le point H **est le milieu du segment [DB]** .

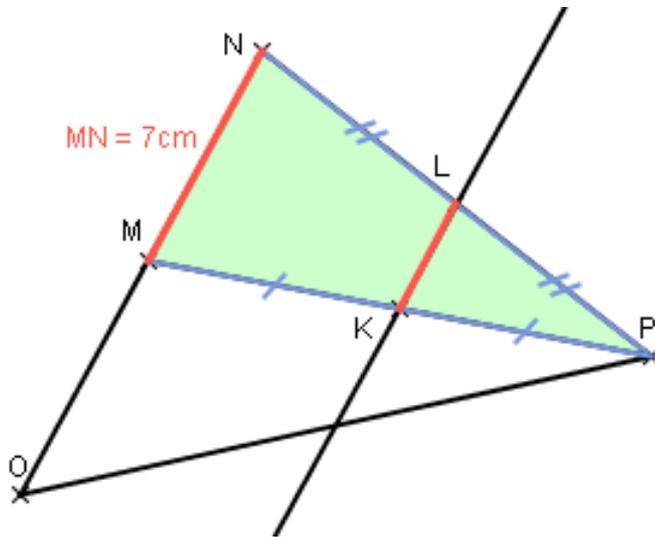




# Ex 3 : Énoncé à compléter

## Exercice n°3

**CORRECTION :**



Dans le triangle MNP ,

le point K **est le milieu du segment [MP]** et  
le point L **est le milieu du segment [NP]** .

*Dans un triangle,  
si un segment a pour extrémités deux  
milieux de deux côtés de ce triangle  
alors ce segment mesure la moitié du  
troisième côté.*

Donc le segment [LK] **mesure la moitié du  
segment [MN],  $LK = 7 \div 2 = 3,5$  cm.**



# Ex 4 : Observer et Rédiger

## Exercice n°4

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

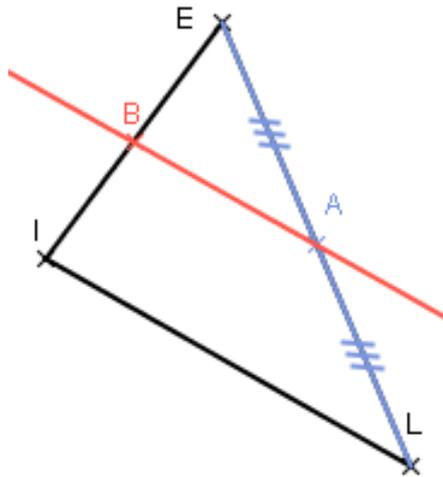
Aide n°3 : Conclusion ?

ILE est un triangle tel que A est le milieu de [LE].

La droite parallèle à (IL) passant par A coupe [IE] en un point noté B.

Démontrer que le point B est le milieu du segment [IE].

Figure à main levée



Réponse : ◆ -----

Dans le triangle ILE ,  
 le point A ..... et  
 la droite (AB).....

*Dans un triangle,*  
si .....  
 .....  
alors .....  
 .....

Donc le point B .....  
 .....



# Ex 4 : Observer et Rédiger

## Exercice n°4

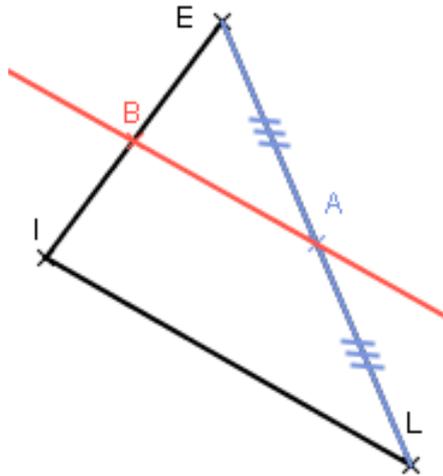
## CORRECTION :

ILE est un triangle tel que A est le milieu de [LE].

La droite parallèle à (IL) passant par A coupe [IE] en un point noté B.

Démontrer que le point B est le milieu du segment [IE].

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle ILE ,

le point A est le milieu du segment [LE] et

la droite (AB) est parallèle à la droite (IL) .

*Dans un triangle,*

*si une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un deuxième côté*

*alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu.*

Donc le point B est le milieu du segment [IE].



# Ex 5 : Observer et Rédiger

## Exercice n°5

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

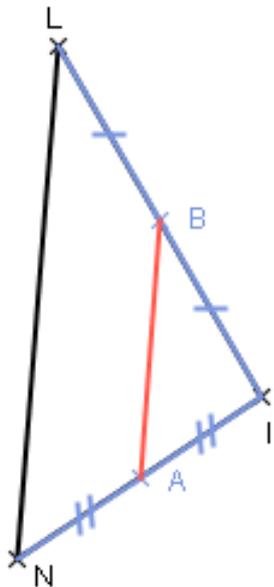
Aide n°3 : Conclusion ?

NIL est un triangle tel que  $NI = 5 \text{ cm}$  ,  $IL = 7 \text{ cm}$  et  $NL = 9,5 \text{ cm}$ .

A est le milieu de [NI] et B est le milieu de [IL].

Calculer, en justifiant la réponse, la longueur du segment [AB].

Figure à main levée



Réponse : ◆ ----- ◆

Dans le triangle NIL ,  
 le point A ..... et  
 le point B .....

*Dans un triangle,*  
*si* .....  
 .....  
*alors* .....

Donc le segment [AB] .....

Conclusion :  $AB = LN \div 2 = 9,5 \div 2 = 4,75$  (en centimètres)



# Ex 5 : Observer et Rédiger

## Exercice n°5

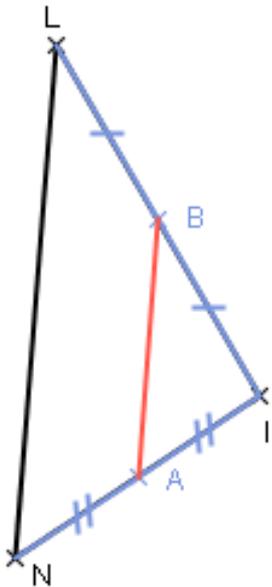
## CORRECTION :

NIL est un triangle tel que  $NI = 5 \text{ cm}$  ,  $IL = 7 \text{ cm}$  et  $NL = 9,5 \text{ cm}$ .

A est le milieu de  $[NI]$  et B est le milieu de  $[IL]$ .

Calculer, en justifiant la réponse, la longueur du segment  $[AB]$ .

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle NIL ,  
le point A est le milieu du segment  $[NI]$  et  
le point B est le milieu du segment  $[IL]$  .

*Dans un triangle,  
si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés  
du triangle ,  
alors ce segment mesure la moitié du troisième côté .*

Donc le segment  $[AB]$  mesure la moitié du segment  $[LN]$  .

Conclusion :  $AB = LN \div 2 = 9,5 \div 2 = 4,75$  (en centimètres)



# Ex 6 : Observer et Rédiger

## Exercice n°6

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

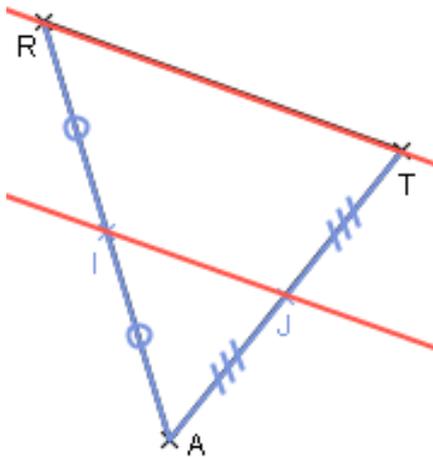
Aide n°3 : Conclusion ?

RAT est un triangle tel que :

I est le milieu de [RA] et J est le milieu de [AT].

Expliquer pourquoi les droites (JI) et (RT) sont parallèles.

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle RAT ,

le point I ..... et

le point J .....

*Dans un triangle,*

*si .....*

*alors .....*

*Donc .....*

.....



# Ex 6 : Observer et Rédiger

## Exercice n°6

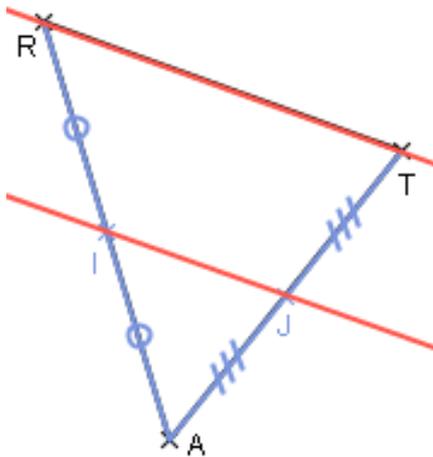
## CORRECTION :

RAT est un triangle tel que :

I est le milieu de [RA] et J est le milieu de [AT].

Expliquer pourquoi les droites (JI) et (RT) sont parallèles.

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle RAT ,

le point I est le milieu du segment [RA] et

le point J est le milieu du segment [AT] .

*Dans un triangle,*

*si une droite passe par les milieux de deux côtés*

*alors cette droite est parallèle au troisième côté.*

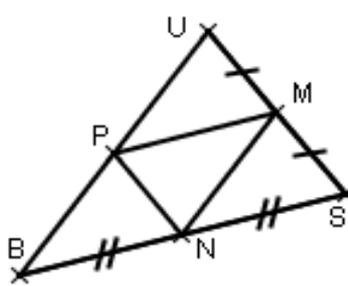
**Donc les droites (JI) et (RT) sont parallèles .**



**Évaluons-nous !**



Pour chaque question, il y a une ou des réponses exactes. Lesquelles ?

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.	<u>alors</u> elle est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.	<u>alors</u> elle mesure la moitié du 3ème côté.
Dans un triangle, <u>si</u> un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> il est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> il est plus grand que le 3ème côté.	<u>alors</u> il mesure la moitié du 3ème côté.	<u>alors</u> il coupe le 3ème côté en son milieu.
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un 2ème côté ...	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.	<u>alors</u> elle est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> elle mesure la moitié du 3ème côté.	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.
BU = 9 cm US = 6 cm BS = 7 cm (PM) // (BS) 	MN = 3,5 cm	MN = 3 cm	(MN) // (UB)	MN = 4,5 cm
Dans la figure ci-dessus on peut démontrer que ...	(PN) est perpendiculaire à (BU)	P est le milieu de [BU]	P est parallèle à (MN)	BP = 2 × BU

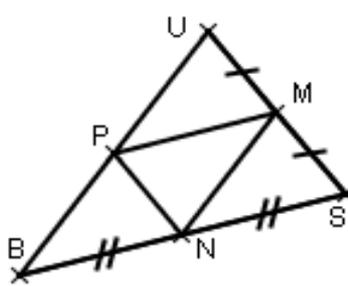


**Corrigeons-nous !**



# Il fallait répondre ...

## Résultats :

	a	b	c	d
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.			
Dans un triangle, <u>si</u> un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés ...			<u>alors</u> il mesure la moitié du 3ème côté.	
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un 2ème côté ...	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.			
BU = 9 cm US = 6 cm BS = 7 cm (PM) // (BS) 			(MN) // (UB)	MN = 4,5 cm
Dans la figure ci-dessus on peut démontrer que ...		P est le milieu de [BU]		