



Triangles : milieux et parallèles

(Le théorème des
milieux)



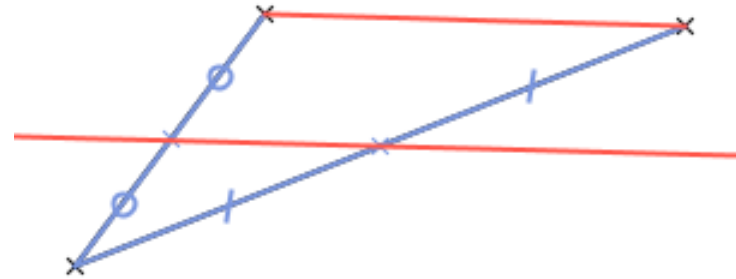
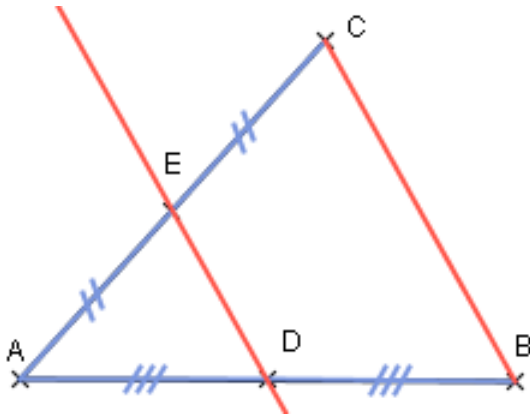
Que faut-il savoir ?



Le théorème des milieux

Énoncé : ABC est un triangle quelconque,
D est le milieu du segment [AB]
et E est le milieu du segment [AC].

Question : Que peut-on dire des droites (DE) et (BC) ?



Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !

Résultat :

On admettra que la droite (DE) est parallèle à la droite (BC).

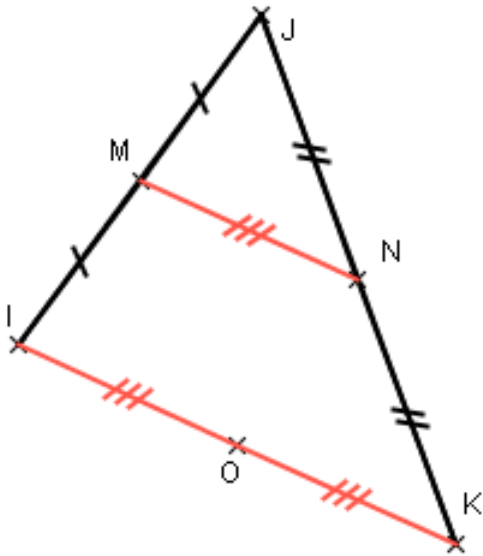
De manière générale : Dans un triangle,
si une droite passe par les milieux de deux côtés
alors cette droite est parallèle au troisième côté.



Le théorème des milieux

Énoncé : IJK est un triangle quelconque,
M est le milieu du segment [IJ],
N est le milieu du segment [JK]
et O est le milieu du segment [IK].

Question : Que peut-on dire des distances MN, IO et OK ?



Résultat :

On admettra que les distances MN, IO et OK sont égales.

On peut écrire : $MN = IO = OK = IK \div 2$

De manière générale :

Dans un triangle,

si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés du triangle

alors il mesure la moitié du troisième côté.

Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !



La réciproque du théorème des milieux

Énoncé : EDF est un triangle quelconque,
T est le milieu du segment [ED],
la droite passant par T parallèlement à la droite (EF) coupe le
segment [DF] en U.

Question : Que peut-on dire du point U ?

Résultat :

On admettra que le point U est le milieu du
segment [DF].

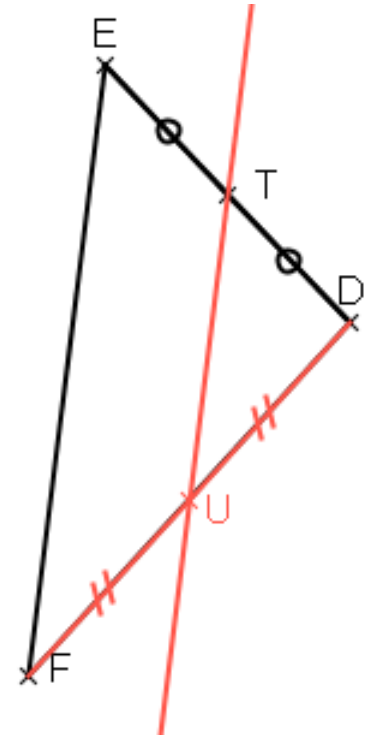
On peut écrire : $FU = UD = FD \div 2$

De manière générale :

Dans un triangle,

*Si une droite passe par le milieu d'un côté
parallèlement à un deuxième côté*

*alors cette droite coupe le troisième côté
en son milieu.*



Ce résultat est valable quel que soit le triangle choisi !



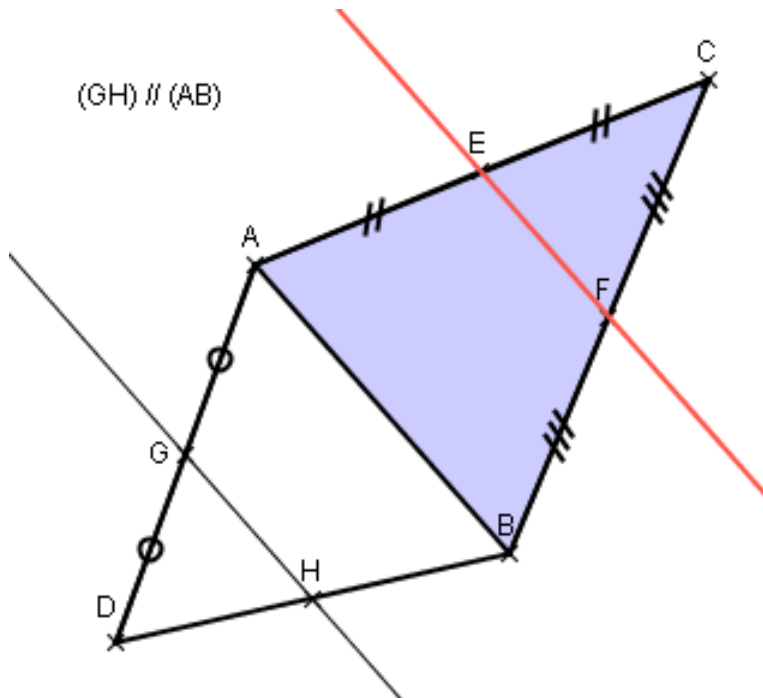
Entraînons-nous !



Ex 1 : Énoncé à compléter

Exercice n°1

Complétez l'énoncé suivant en vous aidant de la figure à main levée :



Dans le triangle ABC ,
 le point E et
 le point F

*Dans un triangle,
 si une droite passe par les milieux de
 deux côtés
 alors cette droite est parallèle au
 troisième côté.*

Donc la droite (EF)

Aide n°1 : Utiliser le codage de la figure.

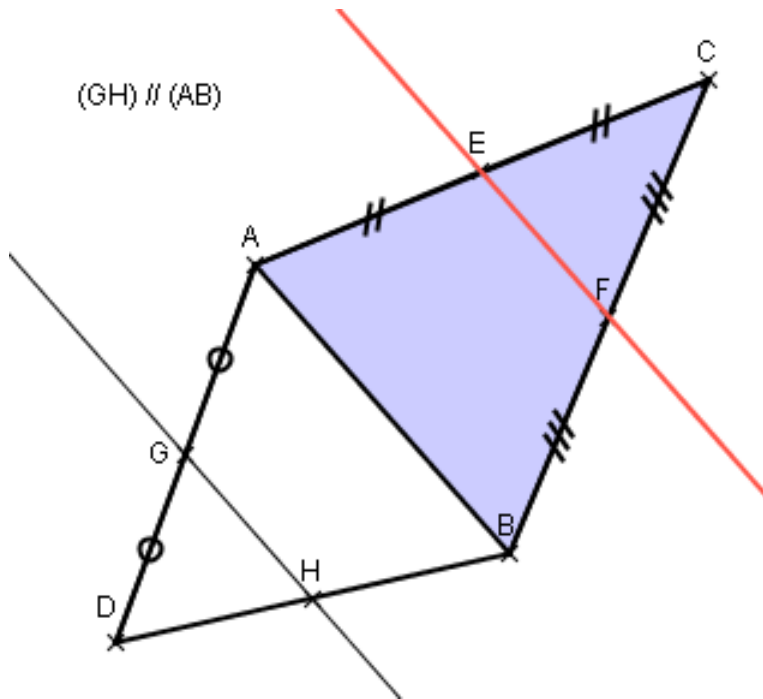
Aide n°2 : Que veut-on démontrer ?



Ex 1 : Énoncé à compléter

Exercice n°1

CORRECTION :



Dans le triangle ABC ,
le point E **est le milieu du segment [AC]** et
le point F **est le milieu du segment [BC]** .

*Dans un triangle,
si une droite passe par les milieux de
deux côtés
alors cette droite est parallèle au
troisième côté.*

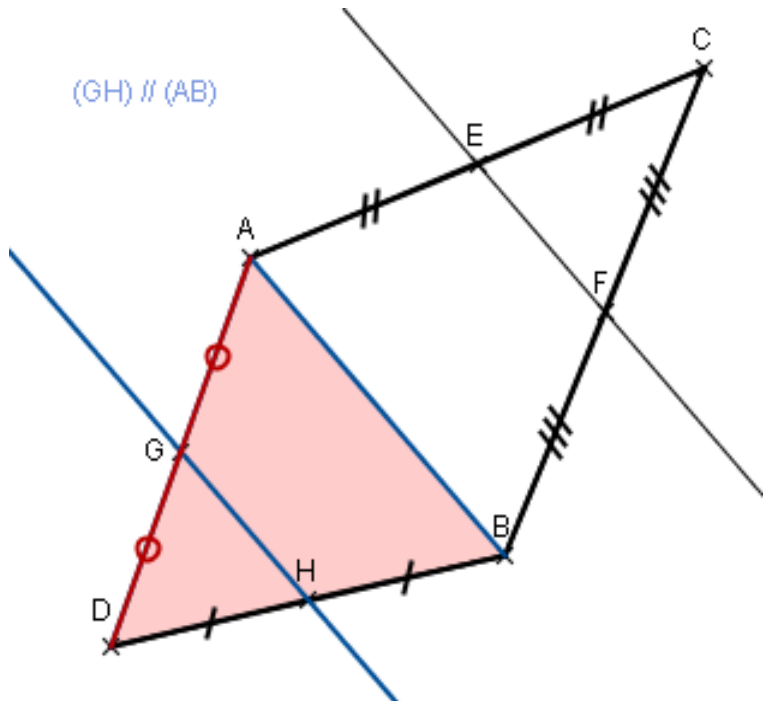
Donc la droite (EF) **est parallèle à la droite (AB)** .



Ex 2 : Énoncé à compléter

Exercice n°2

Complétez l'énoncé suivant en vous aidant de la figure à main levée :



Dans le triangle ABD ,
 le point G et
 la droite (GH)

*Dans un triangle,
 si une droite passe par le milieu d'un côté
 parallèlement à un deuxième côté
 alors cette droite coupe le troisième côté
 en son milieu.*

Donc le point H

Aide n°1 : Utiliser les données.

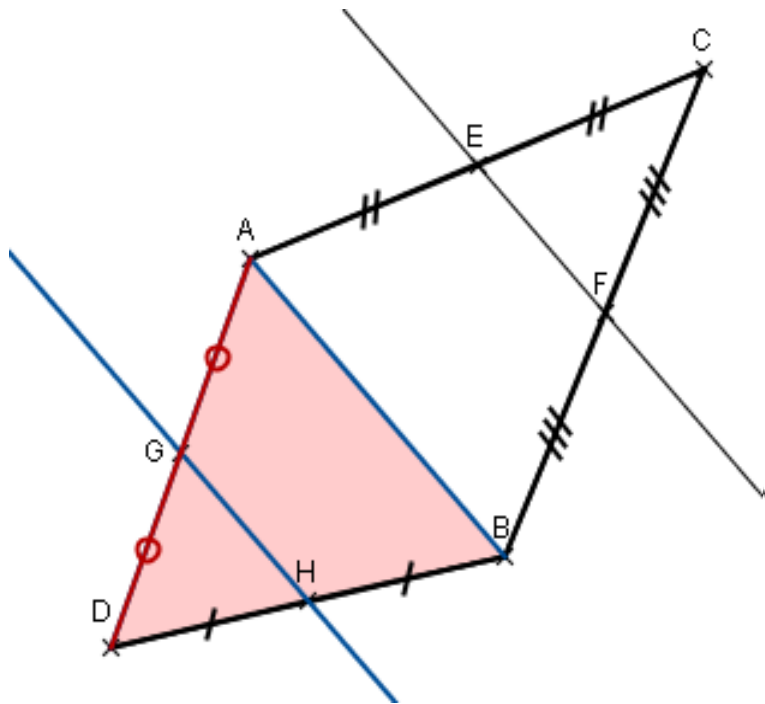
Aide n°2 : Que veut-on démontrer ?



Ex 2 : Énoncé à compléter

Exercice n°2

CORRECTION :



Dans le triangle ABD ,
le point G **est le milieu du segment [AD]** et
la droite (GH) **est parallèle à (AB)** .

*Dans un triangle,
si une droite passe par le milieu d'un côté
parallèlement à un deuxième côté
alors cette droite coupe le troisième côté
en son milieu.*

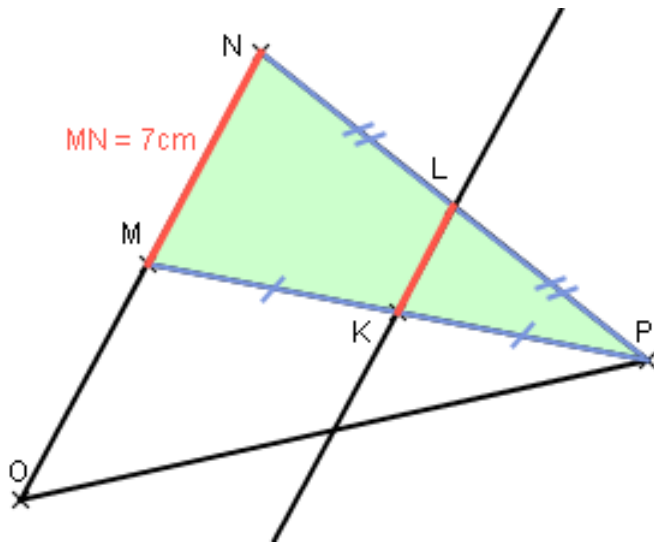
Donc le point H **est le milieu du segment [DB]** .



Ex 3 : Énoncé à compléter

Exercice n°3

Complétez l'énoncé suivant en vous aidant de la figure à main levée :



Dans le triangle MNP ,
 le point K et
 le point L

*Dans un triangle,
 si un segment a pour extrémités deux
 milieux de deux côtés de ce triangle
 alors ce segment mesure la moitié du
 troisième côté.*

Donc le segment [LK]

Aide n°1 : Utiliser les données.

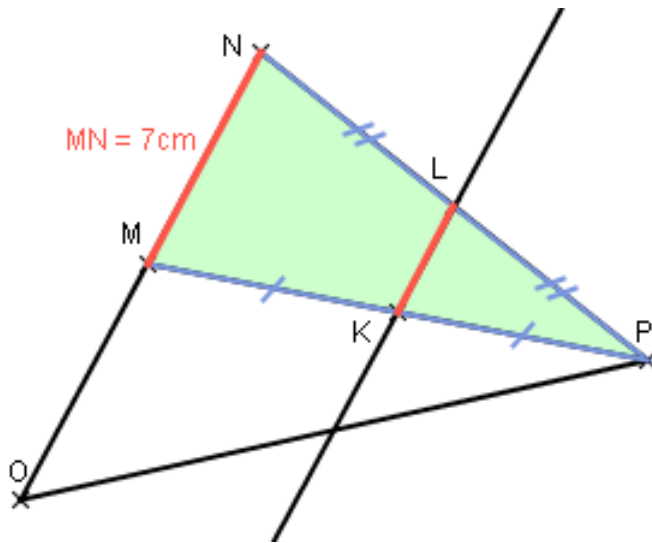
Aide n°2 : Que veut-on démontrer ?



Ex 3 : Énoncé à compléter

Exercice n°3

CORRECTION :



Dans le triangle MNP ,

le point K **est le milieu du segment [MP]** et
le point L **est le milieu du segment [NP]** .

*Dans un triangle,
si un segment a pour extrémités deux
milieux de deux côtés de ce triangle
alors ce segment mesure la moitié du
troisième côté.*

Donc le segment [LK] **mesure la moitié du
segment [MN], $LK = 7 \div 2 = 3,5$ cm.**



Ex 4 : Observer et Rédiger

Exercice n°4

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

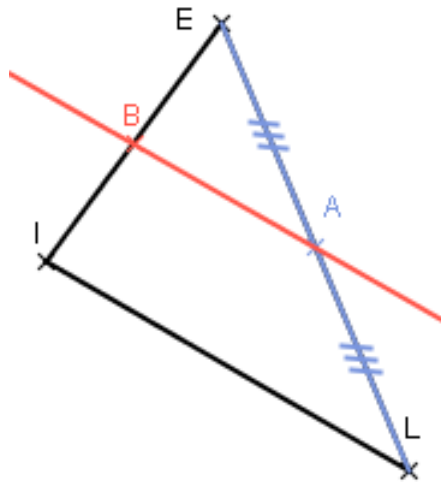
Aide n°3 : Conclusion ?

ILE est un triangle tel que A est le milieu de [LE].

La droite parallèle à (IL) passant par A coupe [IE] en un point noté B.

Démontrer que le point B est le milieu du segment [IE].

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle ILE ,
 le point A et
 la droite (AB).....

Dans un triangle,

si

alors

Donc le point B

.....



Ex 4 : Observer et Rédiger

Exercice n°4

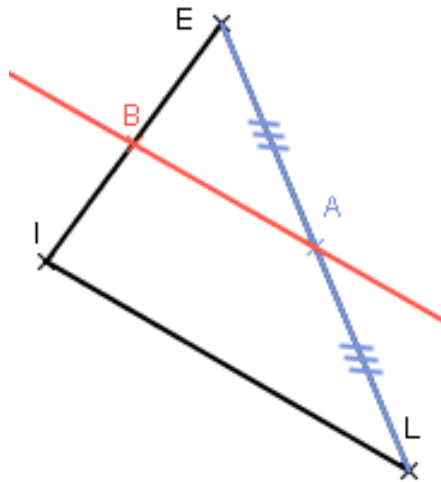
CORRECTION :

ILE est un triangle tel que A est le milieu de [LE].

La droite parallèle à (IL) passant par A coupe [IE] en un point noté B.

Démontrer que le point B est le milieu du segment [IE].

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle ILE ,
le point A est le milieu du segment [LE] et
la droite (AB) est parallèle à la droite (IL) .

Dans un triangle,

*si une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un deuxième côté
alors cette droite coupe le troisième côté en son milieu.*

Donc le point B est le milieu du segment [IE].



Ex 5 : Observer et Rédiger

Exercice n°5

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

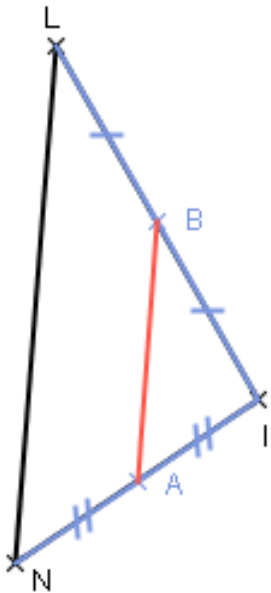
Aide n°3 : Conclusion ?

NIL est un triangle tel que $NI = 5 \text{ cm}$, $IL = 7 \text{ cm}$ et $NL = 9,5 \text{ cm}$.

A est le milieu de [NI] et B est le milieu de [IL].

Calculer, en justifiant la réponse, la longueur du segment [AB].

Figure à main levée



Réponse : ◆ ----- ◆

Dans le triangle NIL ,
 le point A et
 le point B

Dans un triangle,
si

alors

Donc le segment [AB]

Conclusion : $AB = NI \div 2 = 5 \div 2 = 2,5$ (en centimètres)



Ex 5 : Observer et Rédiger

Exercice n°5

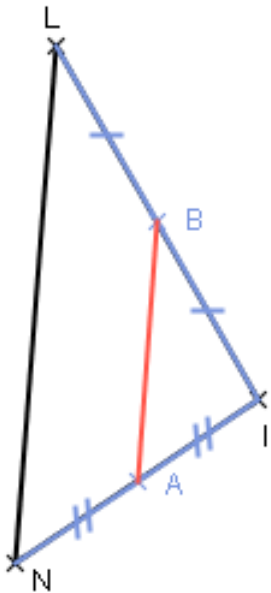
CORRECTION :

NIL est un triangle tel que $NI = 5 \text{ cm}$, $IL = 7 \text{ cm}$ et $NL = 9,5 \text{ cm}$.

A est le milieu de $[NI]$ et B est le milieu de $[IL]$.

Calculer, en justifiant la réponse, la longueur du segment $[AB]$.

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle NIL ,
le point A est le milieu du segment $[NI]$ et
le point B est le milieu du segment $[IL]$.

*Dans un triangle,
si un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés
du triangle ,
alors ce segment mesure la moitié du troisième côté .*

Donc le segment $[AB]$ mesure la moitié du segment $[LN]$.

Conclusion : $AB = LN \div 2 = 9,5 \div 2 = 4,75$ (en centimètres)



Ex 6 : Observer et Rédiger

Exercice n°6

Aide n°1 : Quelles sont les hypothèses utiles ?

Aide n°2 : Quel théorème doit-on utiliser ?

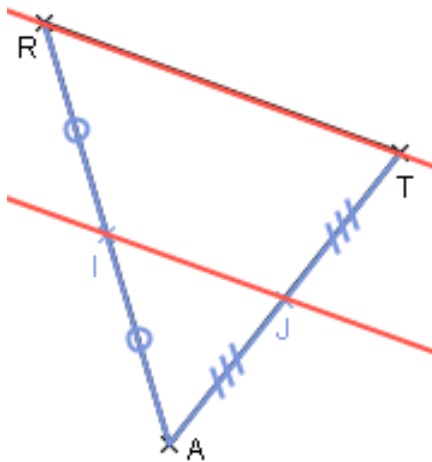
Aide n°3 : Conclusion ?

RAT est un triangle tel que :

I est le milieu de [RA] et J est le milieu de [AT].

Expliquer pourquoi les droites (JI) et (RT) sont parallèles.

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle RAT ,

le point I et

le point J

Dans un triangle,

si

alors

Donc

.....



Ex 6 : Observer et Rédiger

Exercice n°6

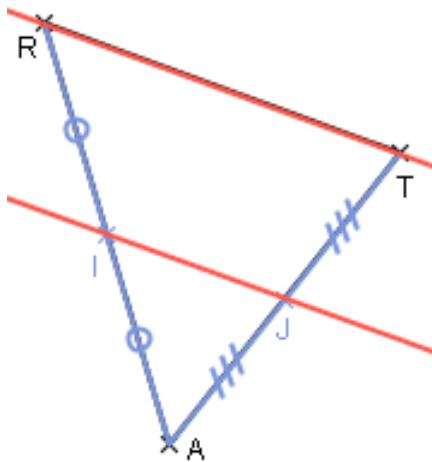
CORRECTION :

RAT est un triangle tel que :

I est le milieu de [RA] et J est le milieu de [AT].

Expliquer pourquoi les droites (JI) et (RT) sont parallèles.

Figure à main levée



Réponse :

Dans le triangle RAT ,

le point I est le milieu du segment [RA] et

le point J est le milieu du segment [AT] .

Dans un triangle,

si une droite passe par les milieux de deux côtés

alors cette droite est parallèle au troisième côté.

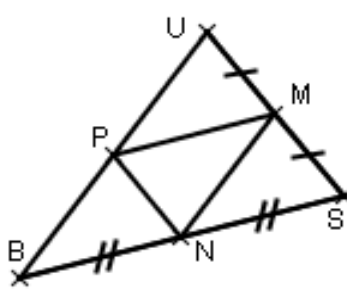
Donc les droites (JI) et (RT) sont parallèles .



Évaluons-nous !



Pour chaque question, il y a une ou des réponses exactes. Lesquelles ?

	a	b	c	d
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.	<u>alors</u> elle est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.	<u>alors</u> elle mesure la moitié du 3ème côté.
Dans un triangle, <u>si</u> un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> il est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> il est plus grand que le 3ème côté.	<u>alors</u> il mesure la moitié du 3ème côté.	<u>alors</u> il coupe le 3ème côté en son milieu.
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un 2ème côté ...	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.	<u>alors</u> elle est perpendiculaire au 3ème côté.	<u>alors</u> elle mesure la moitié du 3ème côté.	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.
BU = 9 cm US = 6 cm BS = 7 cm (PM) // (BS) 	MN = 3,5 cm	MN = 3 cm	(MN) // (UB)	MN = 4,5 cm
Dans la figure ci-dessus on peut démontrer que ...	(PN) est perpendiculaire à (BU)	P est le milieu de [BU]	P est parallèle à (MN)	BP = 2 × BU

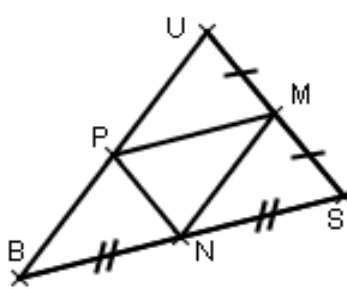


Corrigeons-nous !



Il fallait répondre ...

Résultats :

	a	b	c	d
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par les milieux de deux côtés ...	<u>alors</u> elle est parallèle au 3ème côté.			
Dans un triangle, <u>si</u> un segment a pour extrémités les milieux de deux côtés ...			<u>alors</u> il mesure la moitié du 3ème côté.	
Dans un triangle, <u>si</u> une droite passe par le milieu d'un côté parallèlement à un 2ème côté ...	<u>alors</u> elle passe par le milieu du 3ème côté.			
BU = 9 cm US = 6 cm BS = 7 cm (PM) // (BS) 			(MN) // (UB)	MN = 4,5 cm
Dans la figure ci-dessus on peut démontrer que ...		P est le milieu de [BU]		